



3. Prove that  $\frac{1-\cos[\sin^{-1}(\tan x)]}{\tan^2 x} = \frac{1}{1+\sqrt{1-\tan^2 x}}$ . Hence, find the value of  $\tan x$  such that  $\frac{1-\cos[\sin^{-1}(\tan x)]}{\tan^2 x} = 1$  using a suitable substitution, where  $\tan x > 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

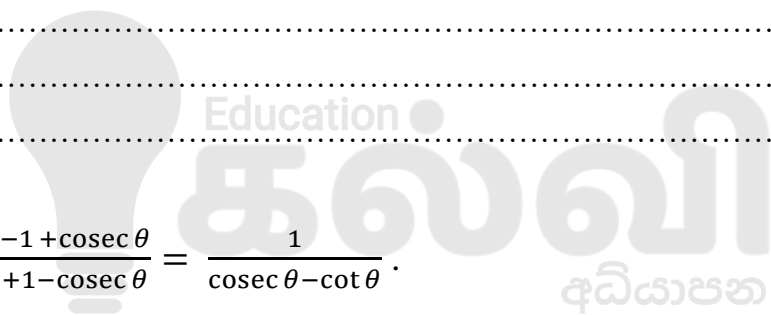
.....

.....

.....

.....

.....



4. Show that  $\frac{\cot \theta - 1 + \operatorname{cosec} \theta}{\cot \theta + 1 - \operatorname{cosec} \theta} = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[see page three

5. It is given that  $\cos^{-1}\left(\frac{y^2-1}{y^2+1}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{-2y}{y^2+1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{2y}{1-y^2}\right) = \frac{\pi}{13}$ . Then find the value of  $y$  using a **suitable substitution**.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. In usual notations, show that  $\cos C = \alpha - \beta \cos B$  in  $\Delta ABC$ , where  $\alpha$  and  $\beta$  are constants in sides  $a$ ,  $b$  and  $c$ . If  $\alpha + \beta = 2$ , then show that the sides  $a$ ,  $b$  and  $c$  are in an arithmetic progression. If  $b = 5$ ,  $\beta - \alpha = \frac{4}{5}$  and  $\cos B = \frac{11}{14}$ , then **deduce** the value of  $\cos C$  and show that  $ABC$  is an obtuse angled triangle.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[see page four

7. For  $n \in \mathbb{Z}^+$ , show that  $\tan 4\alpha + \tan 2\alpha = 0$ , where  $\frac{(n+2)\pi}{3} = \alpha$ . Further, show that  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  is the solution of  $\tan 4\alpha + \tan 2\alpha = 0$ , where  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## Part B

8. (a) Write an expression for  $\sin(A + B)$  in terms of  $\sin A$ ,  $\sin B$ ,  $\cos A$  and  $\cos B$ .

**Hence**, deduce a similar expression for  $\sin(A - B)$ .

By substituting suitable values for  $A$  and  $B$ , show that  $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ .

Using the above expression show that  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - A\right) = \cos A$  and

$$\sin(A + B) \sin(A - B) = \sin^2 A - \sin^2 B.$$

**Hence, deduce** that  $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ = \frac{3}{16}$ .

- (b) In usual notations, state **sine rule** and **cosine rule** for  $\triangle ABC$ .

As shown in the diagram,  $\hat{A}$  is bisected by line  $AD$ .

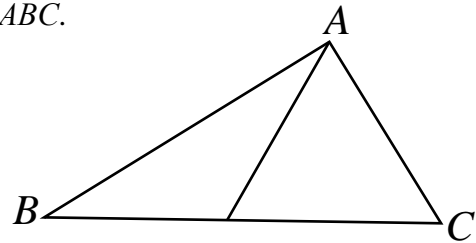
By applying the sine rule for suitable triangles,

$$\text{show that } BD = \frac{ca}{b+c}.$$

**Hence**, show that  $AD = \frac{2bc \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{b+c}$ .

$$\text{Further, if it is given that } \frac{2 \cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{2 \cos C}{c} = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca},$$

show that the  $\triangle ABC$  is a right-angled triangle using the cosine rule.



- (c) Show that  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ . **Hence**, if  $\cos(2 \cos^{-1} x + \sin^{-1} x) = \frac{-2\sqrt{6}}{5}$ , then find the value of  $x$ . Here,  $x > 0$ .

\*\*

முழு பதிப்பரிமையடையது / All Rights Reserved ]

MORA EXAMS 2024 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa | MORA EXAMS 2024 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa  
 மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழக மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழகப் பொறியியல் பி.டீ. தமிழ் மாணவர்கள்  
 Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa | MORA EXAMS 2024 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa | MORA EXAMS 2024  
 பொறியியல் பி.டீ. தமிழ் மாணவர்கள் | மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழகப் பொறியியல் பி.டீ. தமிழ் மாணவர்கள் | மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழகப்  
 MORA EXAMS 2024 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa | MORA EXAMS 2024 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa  
 மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழகப் பொறியியல் பி.டீ. தமிழ் மாணவர்கள் | மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழகப் பொறியியல் பி.டீ. தமிழ் மாணவர்கள்  
 Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa | MORA EXAMS 2024 | Tamil Students, Faculty of Engineering, University of Moratuwa | MORA EXAMS 2024

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர) பயிற்சிப் பரீட்சை - 2024  
 General Certificate of Education (Adv.Level) Practice Examination - 2024

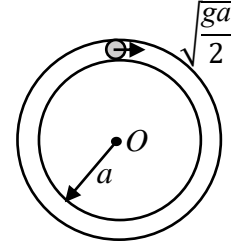
இணைந்த கணிதம் II  
 Combined Mathematics II

10 E II

ஒரு மணித்தியாலம்  
 One hour

## Part A

1. A thin smooth circular tube with center  $O$  and radius  $a$  is fixed in a vertical plane as shown in the diagram. A particle of mass  $m$  is placed in the highest part of the tube and is given a horizontal tangential velocity of  $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ . Find the velocity of the particle when a reaction force of  $mg$  acts on it.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. One end of a light inelastic string is attached to a vertical point and the other end is attached to a particle of mass  $m$  that performs horizontal circular motion of radius  $r$  with an angular velocity  $\omega$ . The string subtends an angle of  $\theta$  ( $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) with the vertical.

Show that  $\omega > \sqrt{\frac{g}{r}}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

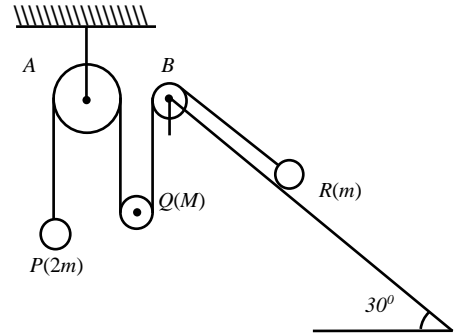
.....

.....

.....

[see page two

3. One end of the light inelastic string passes over a smooth fixed pulley and carries a particle  $P$  of mass  $2m$ . The string passes through a pulley  $Q$  of mass  $M$  and passes over a smooth pulley fixed to the top of the inclined plane as shown in the diagram. The other end of the string is attached to the particle  $R$  of mass  $m$  which is placed on the inclined plane. The inclined plane is smooth and makes an angle of  $30^\circ$  with horizontal. If the downward acceleration of  $P$  when the system is released from rest with string taut is given to be  $\frac{3g}{10}$ , find  $M$  in terms of  $m$ .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

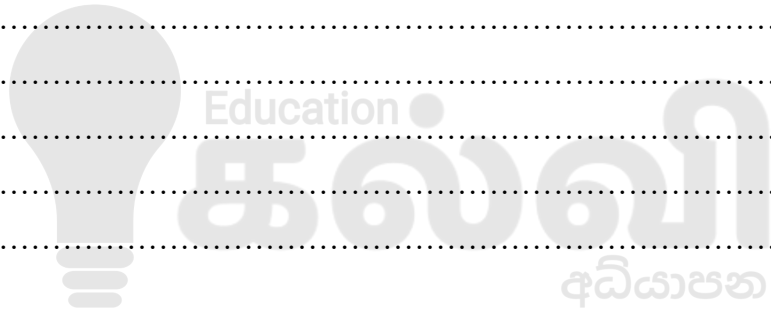
.....

.....

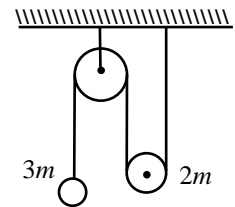
.....

.....

.....



4. One end of a light inelastic string that passes over a smooth fixed pulley carries a particle of mass  $3m$ . The string passes through a smooth movable pulley of mass  $2m$  and the other end of the string is attached to the ceiling as shown in the figure. The system moves freely under gravity. Find the acceleration of the particle of mass  $3m$ .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

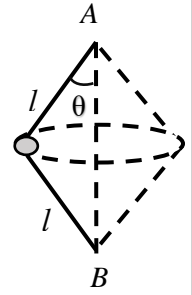
.....

.....

.....

[see page three

5. Two light inelastic strings of equal length  $l$ , one attached to point  $A$  and the other attached to point  $B$ , are both attached to a particle of mass  $m$  as shown in the diagram.  $A$  and  $B$  are distinct points and  $A$  is vertically above  $B$ . The string attached to  $A$  makes an angle of  $\theta$  with the downward vertical when the particle is made to perform a circular motion at a constant angular velocity  $\omega$ . Find the tensions acting on the strings while the circular motion is performed.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

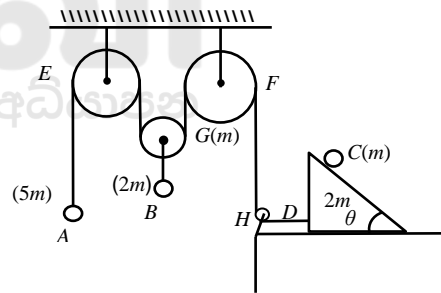
.....

.....

.....

.....

6. The system that is shown in the diagram is released to move freely after being held at rest with the strings taut. The system is constructed with a light inelastic string, three particles  $A$ ,  $B$  and  $C$  of masses  $5m$ ,  $2m$  and  $m$  respectively, and a wedge  $D$  of mass  $2m$ .  $E$ ,  $F$ ,  $G$  and  $H$  are smooth pulleys.  $E$ ,  $F$  and  $H$  are fixed while  $G$  is movable and has a mass of  $m$ . Obtain sufficient equations to determine the acceleration of particle  $C$  until wedge  $D$  reaches pulley  $H$ . (Let gravitational acceleration be  $g$ .)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

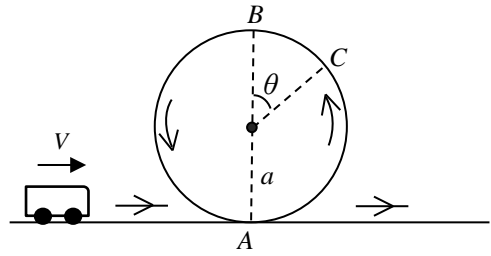
.....

.....

[see page four



7. The diagram depicts a circular loop in the vertical plane. The velocity of the trolley at the base of the loop (point A) is  $V = \sqrt{kga}$ , where  $g$  is the acceleration due to gravity,  $a$  is the radius of the loop and  $k$  is a constant. The trolley performs a vertical circular motion by passing A, and B and reaching A once again. Calculate the minimum value of  $k$  such that the trolley successfully reaches B without losing contact with the loop. Also, find the velocity of the trolley at point C.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

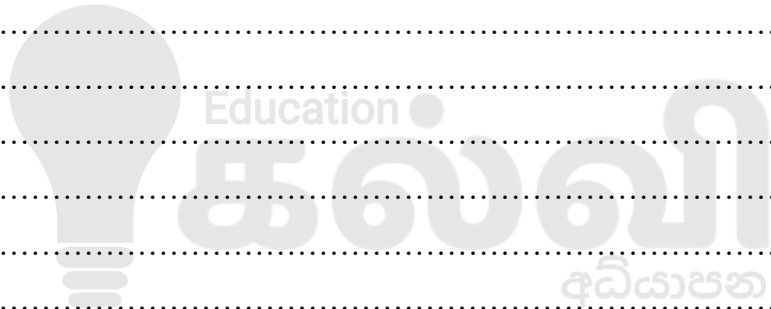
.....

.....

.....

.....

.....



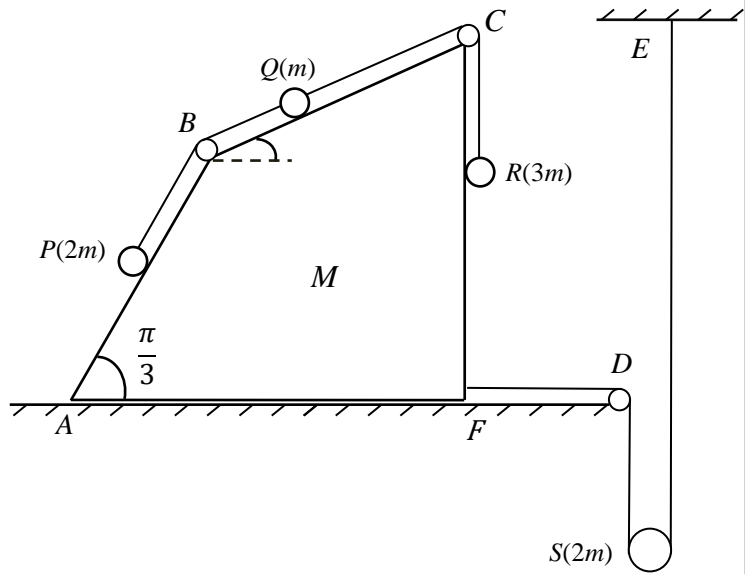
Part B

8. (a) The figure shows the vertical cross section of a smooth wedge  $ABCF$  of mass  $M$  which is placed such that face  $AF$  is in contact with a smooth horizontal table. Here  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$  and  $\widehat{AFC} = \frac{\pi}{2}$ .

The side  $BC$  makes an angle  $\frac{\pi}{6}$  with horizontal. There are 3 particles  $P$ ,  $Q$  and  $R$  of masses  $2m$ ,  $m$  and  $3m$  respectively.

Particles  $P$  and  $Q$  are attached to the ends of a light inelastic string passing over a smooth light pulley fixed to the edge at  $B$ , and particles  $Q$  and  $R$  are attached to the ends of another string passing over a light pulley fixed to the wedge at  $C$ .  $P$  lies on the midpoint of  $AB$ ,  $Q$  lies on  $BC$  and  $R$  hangs along  $CF$ .

Moreover, another light inelastic string with one end attached to the wedge passes over a smooth fixed pulley  $D$ . This same string passes under pulley  $S$  with its end attached to the ceiling at  $E$ . It is given that  $AB = 2a$ . Obtain equations sufficient to determine the time taken for particle  $P$  to reach  $B$ .



- (b) A thin smooth tube  $AB$  with center  $O$  and radius  $2a$  is fixed in a vertical plane at a distance from a vertical wall as shown in the figure. A particle  $P$  of mass  $m$  placed on top of the wall is thrown horizontally with velocity  $\sqrt{ag}$ .

Show that the particle  $P$  enters the tube  $AB$  through  $A$ . Also, find the velocity of the particle at  $A$ . If the velocity of particle  $P$  is  $U$  when it makes an angle  $\alpha$  with  $OA$ , show that  $U^2 = ag[5 + 2\sqrt{3} - 2(\sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha)]$ .

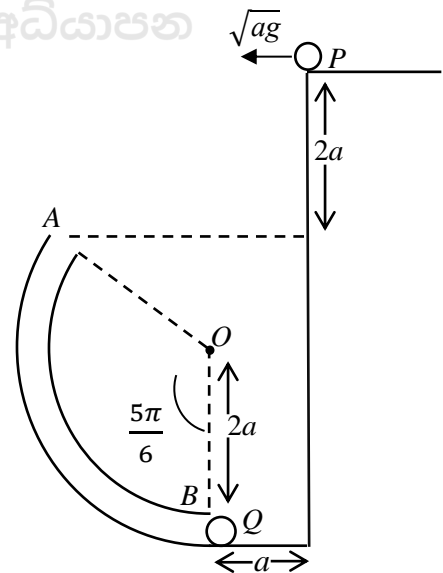
Here,  $(0 \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{6})$ .

Also, find the reaction  $R$  acting on the particle at that instant.

Using the above results find the velocity ( $V_1$ ) at which particle  $P$  collides with particle  $Q$  of mass  $2m$  which is at rest at the lowest end of the tube.

(Take  $e$  as the coefficient of restitution between the particles and between any particle and wall.)

Find the velocities of  $P$  and  $Q$  after the collision in terms of  $e$  and  $V_1$ . It is given that  $e = \frac{1}{2}$ . find the maximum height reached by particle  $P$ .



\*\*



## எங்கள் குறிக்கோள்

எண்ணிம உலகத்தில் மாணவர்களிற்கென சிறந்ததொரு கற்றல் கட்டமைப்பை உருவாக்குதல்.

அனைத்தும் டிஜிட்டல் மயப்படுத்தப்பட்ட இந்த காலத்தில் பல்வேறு துறைகளும் கால ஓட்டத்துடன் இணைந்து டிஜிட்டல் தளத்தில் பல்கிப்பெருகி வருகின்றன. அந்த வகையில் கல்வித்துறையும் இதற்கு விதிவிலக்கல்ல. இணையவழி கல்வியின் மூலம் கல்வித்துறை புதியதொரு பரிமாணத்தை எட்டியுள்ளது. குறிப்பாக கொரோனா பேரிடர் காலத்தில் நாடே முடக்கப்பட்டிருந்தது. இதனால் மாணவர்களிற்கும் பாடசாலை, கல்வி நிறுவனங்களிற்கு இடையிலான தொடர்பு துண்டிக்கப்பட்டது. அந்த இக்கட்டான சூழ்நிலையில் இணையவழி வகுப்புகள் மாணவர்களிற்கு வரப்பிரசாதமாக அமைந்தது என்பதே உண்மை.

இன்று தொழில்நுட்பம் மாணவர்களை தவறான பாதைக்கு இட்டு செல்வதாக ஓர் எண்ண ஓட்டம் மக்கள் மத்தியில் உள்ளது. தொழில்நுட்பம் என்பது ஒரு கருவி மட்டுமே அதை எவ்வாறு பயன்படுத்துகிறோம் என்பதில் அதன் ஆக்க மற்றும் அழிவு விளைவுகள் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. உளியை கொண்டு சிலையை செதுக்க நினைத்தால் அவன் நிச்சயம் சிற்பி ஆகலாம். இங்கு பிரச்சினையாக காணப்படுவது மாணவர்களை வழிப்படுத்த தொழில்நுட்ப உலகில் ஓர் முறையான கட்டமைப்பு இல்லாமையே. அதை உருவாக்குவதே எங்கள் நோக்கம். அதை நோக்கியே எங்கள் பயணம் அமையும்.

**எமது இணையத்தினூடக ஊடக உங்களிற்கு தேவையான பரீட்சை வினாத்தாள்களை இலகுவான முறையில் தரவிறக்கம் செய்து கொள்ளமுடியும்.**

# kalvi.lk

**கல்வி சார் செய்திகளை உடனுக்குடன் அறிந்து கொள்ள எமது சமூக ஊடக தளங்களின் ஊடக உடனுக்குடன் அறிந்து கொள்ள முடியும்.**



Viber  
Community



Whatsapp  
Channel



Facebook  
Page