09118

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் 1 - 10), பகுதி **B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ பகுதி **A :**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ பகுதி **B :**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி **A** இன் விடைத்தாளானது பகுதி **B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக, இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் பகுதி **B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

kalvi.lk

பகுதி A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^{n}(6r+1) = n(3n+4)$ என நிறுவுக.

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = 2|x+1|$, $y = 2-|x|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளைப் பருமட்டாக வரைக. இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, சமனிலி $2|x+2|+|x| \le 4$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

Education கல்வி අධ්‍යාපන

சுட்டெண்

3. ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில், $\text{Arg}(z-1-i) = -\frac{\pi}{4}$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கைப் பருமட்டாக வரைக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, $\text{Arg}(iz+1-i) = \frac{\pi}{4}$ ஐத் திருப்தியாக்கும் $|z-2+i|$ இன் இழிவுப் பெறுமானம் $\frac{1}{\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.

4. $k > 0$ எனக் கொள்வோம். $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^{11}$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் உள்ள x^7 இன் குணகமும் $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^{11}$ இன் ஈறுப்பு விரியில் உள்ள x^{-7} இன் குணகமும் சமமெனத் தரப்பட்டுள்ளது. $k=1$ எனக் காட்டுக.

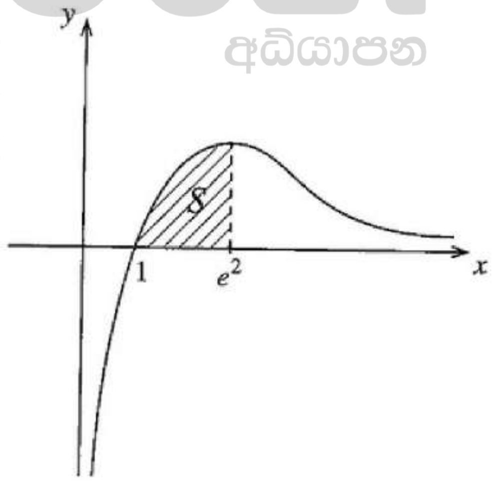
[பக். 4 ஐப் பார்க்க

Education கல்வி අධ්‍යාපන
kalvi.lk

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}\right)} = 4$ எனக் காட்டுக.

6. $y = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$, $y = 0$, $x = e^2$ ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் S எனக் கொள்வோம். S இன் பரப்பளவு 4 சதுர அலகுகளெனக் காட்டுக.

பிரதேசம் S ஆனது x-அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றப்படுகின்றது. இவ்வாறு பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\dfrac{8\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.



Education கல்வி අධ්‍යාපන

7. $t \neq 0$ இற்கு $x = ct,\ y = \frac{c}{t}$ ஆகியவற்றினால் பரமானமுறையாகத் தரப்படும் செங்கோண அதிபரவளைவுக்குப் புள்ளி $P \equiv \left(cp, \frac{c}{p}\right)$ இல் உள்ள தொடலிக் கோட்டின் சமன்பாடு $x + p^2y = 2cp$ எனக் காட்டுக.
இவ்வதிபரவளைவுக்குப் P இல் உள்ள செவ்வன் கோடு அதிபரவளைவை வேறொரு புள்ளி $Q \equiv \left(cq, \frac{c}{q}\right)$ இல் மறுபடியும் சந்திக்கின்றது. $p^3q = -1$ எனக் காட்டுக.

8. $A \equiv (0, -1)$ எனவும் $B \equiv (9, 8)$ எனவும் கொள்வோம். AB மீது புள்ளி C ஆனது $AC : CB = 1 : 2$ ஆக இருக்குமாறு உள்ளது. C இனூடாக AB இற்குச் செங்குத்தாக உள்ள நேர்கோடு l இன் சமன்பாடு $x + y - 5 = 0$ எனக் காட்டுக.
AD ஆனது நேர்கோடு $y = 5x + 1$ இற்குச் சமாந்தரமாக இருக்குமாறு l மீது உள்ள புள்ளி D எனக் கொள்வோம். D இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

Education கல்வி அධ්‍යාපන

9. நேர்கோடு $x + 2y = 3$ ஆனது வட்டம் $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$ ஐ இரு வேறுவேறான புள்ளிகளில் இடைவெட்டுகின்றதெனக் காட்டுக.
இவ்விரு புள்ளிகளினூடாகவும் வட்டம் $S = 0$ இன் மையத்தினூடாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

10. $2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1$ ஐ வடிவம் $R\cos(2x - \alpha)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $R > 0$ உம் $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும்.
இதிலிருந்து, சமன்பாடு $\cos^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x = 1$ ஐத் தீர்க்க.

Education කල්වි අධ්‍යාපන

kalvi.lk

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

பகுதி B

※ ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) $k>1$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $x^2-2(k+1)x+(k-3)^2=0$ இற்கு வேறுவேறான மெய்ம் மூலங்கள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.

$\alpha,\ \beta$ ஆகியன இம்மூலங்களெனக் கொள்வோம். $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$ ஆகியவற்றை k இல் எழுதி, $\alpha,\ \beta$ ஆகிய இரண்டும் நேராக இருக்குமாறு k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இப்போது $1<k<3$ எனக் கொள்வோம். $\dfrac{1}{\sqrt{\alpha}},\ \dfrac{1}{\sqrt{\beta}}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை k இல் காண்க.

(*b*) $f(x)=2x^3+ax^2+bx+1$ எனவும் $g(x)=x^3+cx^2+ax+1$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $a,b,c\in\mathbb{R}$ ஆகும். $f(x)$ ஆனது $(x-1)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி 5 எனவும் $g(x)$ ஆனது x^2+x-2 இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி $x+1$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $a,\ b,\ c$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மேலும் $a,\ b,\ c$ ஆகியவற்றுக்கான இப்பெறுமானங்களுடன் எல்லா $x\in\mathbb{R}$ இற்கும் $f(x)-2g(x)\leq\dfrac{13}{12}$ எனக் காட்டுக.

12. (*a*) கீழே தரப்பட்டுள்ள 10 இலக்கங்களிலிருந்தும் எடுக்கப்படும் 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு 4 இலக்க எண்ணை அமைக்க வேண்டியுள்ளது :

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5

(i) தெரிந்தெடுக்கப்படும் எல்லா 4 இலக்கங்களும் வேறுபட்டனவாக இருப்பின்,

(ii) எந்த 4 இலக்கங்களும் தெரிந்தெடுக்கப்படலாமெனின்,

அமைக்கத்தக்க அத்தகைய வேறுபட்ட 4 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(*b*) $r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r=\dfrac{-16r^3+12r^2+40r+9}{5(2r+1)^2(2r-1)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r=\dfrac{A(r-1)}{(2r+1)^2}-\dfrac{(r-B)}{(2r-1)^2}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக $A,\ B$ ஆகிய மெய்ம் மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைத் துணிக.

இதிலிருந்து, $r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $\dfrac{1}{5^{r-1}}U_r=f(r)-f(r-1)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக $f(r)$ ஐக் கண்டு,

$n\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $\displaystyle\sum_{r=1}^{n}\frac{1}{5^{r-1}}U_r=1+\frac{n-1}{5^n(2n+1)^2}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{5^{r-1}}U_r$ ஒருங்குகின்றதென **உய்த்தறிந்து**, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

kalvi.lk

13. (*a*) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$ எனவும் $\mathbf{B}=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $a\in\mathbb{R}$.

மேலும் $\mathbf{C}=\mathbf{AB}^{\mathrm{T}}$ எனவும் கொள்வோம். $\mathbf{C}$ ஐ a இற் கண்டு, எல்லா $a\neq 0$ இற்கும் $\mathbf{C}^{-1}$ இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

$\mathbf{C}^{-1}$ இருக்கும்போது அதனை a இல் எழுதுக.

$\mathbf{C}^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\frac{1}{8}\begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$ எனின், $a=2$ எனக் காட்டுக.

a இற்கான இப்பெறுமானத்துடன் $\mathbf{DC}-\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}=8\mathbf{I}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயம் $\mathbf{D}$ ஐக் காண்க; இங்கு $\mathbf{I}$ ஆனது வரிசை 2 ஆகவுள்ள சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

(*b*) $z_1=1+\sqrt{3}i$ எனவும் $z_2=1+i$ எனவும் கொள்வோம். $\frac{z_1}{z_2}$ ஐ வடிவம் $x+iy$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $x,y\in\mathbb{R}$.

மேலும் z_1, z_2 ஆகிய சிக்கலெண்கள் ஒவ்வொன்றையும் வடிவம் $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $r>0$ உம் $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும். **இதிலிருந்து,** $\frac{z_1}{z_2}=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ எனக் காட்டுக.

$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ என **உய்த்தறிக.**

(*c*) $n\in\mathbb{Z}^+$ எனவும் $k\in\mathbb{Z}$ இற்கு $\theta\neq 2k\pi\pm\frac{\pi}{2}$ எனவும் கொள்வோம்.

த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $(1+i\tan\theta)^n=\sec^n\theta(\cos n\theta+i\sin n\theta)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $(1-i\tan\theta)^n$ இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையைப் பெற்று,

$(1+i\tan\theta)^n+(1-i\tan\theta)^n=2\sec^n\theta\cos n\theta$ எனக் காட்டுக.

$z=i\tan\left(\frac{\pi}{10}\right)$ ஆனது $(1+z)^{25}+(1-z)^{25}=0$ இன் ஒரு தீர்வென **உய்த்தறிக.**

14. (*a*) $x\neq 0, 2$ இற்கு $f(x)=\frac{4x+1}{x(x-2)}$ எனக் கொள்வோம்.

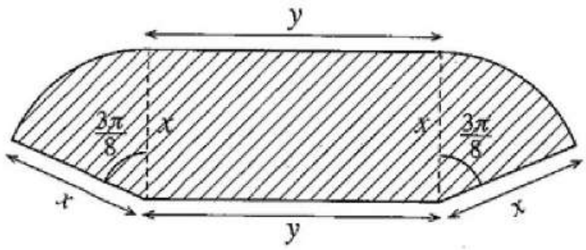
$x\neq 0, 2$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $f'(x)=-\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடைகளையும் $f(x)$ குறையும் ஆயிடைகளையும் காண்க.

அணுகுகோடுகள், x-வெட்டுத்துண்டு, திரும்பற் புள்ளிகள் ஆகியவற்றைக் காட்டி $y=f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

இவ்வரைபைப் பயன்படுத்திச் சமனிலி $f(x)+|f(x)|>0$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

(*b*) இங்கு உள்ள உருவில் நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசம் S ஆனது ஒரு செவ்வகத்தையும் ஒவ்வொன்றும் மையத்தில் கோணம் $\frac{3\pi}{8}$ ஐ எதிரமைக்கும் ஒரு வட்டத்தின் இரு ஆரைச்சிறைகளையும் கொண்ட ஒரு தோட்டத்தைக் காட்டுகின்றது. அதன் பரிமாணங்கள் மீற்றரில் உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளன. S இன் பரப்பளவு $36\ \mathrm{m}^2$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. S இன் சுற்றளவு p m ஆனது $x>0$ இற்கு $p=2x+\frac{72}{x}$ இனால் தரப்படுகின்றது எனவும் $x=6$ ஆக இருக்கும்போது p இழிவு எனவும் காட்டுக.



[பக். 9 ஐப் பார்க்க

kalvi.lk

15. (a) எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = A(x^2+1)^2 + Bx(x^2+1) + Cx^2$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\dfrac{x^4+3x^3+4x^2+3x+1}{x(x^2+1)^2}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களில் எழுதி,

$\displaystyle\int \frac{x^4+3x^3+4x^2+3x+1}{x(x^2+1)^2}\,dx$ ஐக் காண்க.

(b) $I = \displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \sin^{-1}\left(\sqrt{x}\right)dx$ எனக் கொள்வோம். $I = \dfrac{\pi}{24} - \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}}\,dx$ எனக் காட்டி, **இதிலிருந்து,** I இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) $\dfrac{d}{dx}\left(x\ln(x^2+1) + 2\tan^{-1}x - 2x\right) = \ln(x^2+1)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\int \ln(x^2+1)\,dx$ ஐக் கண்டு, $\displaystyle\int_0^1 \ln(x^2+1)\,dx = \frac{1}{2}(\ln 4 + \pi - 4)$ எனக் காட்டுக.

a ஒரு மாறிலியாகவுள்ளபோது பேறு $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ ஐப் பயன்படுத்தி

$\displaystyle\int_0^1 \ln\left[(x^2+1)(x^2-2x+2)\right]dx$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

Education கல்வி

16. $P \equiv (x_1, y_1)$ எனவும் l ஆனது $ax + by + c = 0$ இனால் தரப்படும் நேர்கோடு எனவும் கொள்வோம். புள்ளி P இனூடான l இற்குச் செங்குத்தான கோடு மீது உள்ள புள்ளி எதனதும் ஆள்கூறுகள் $(x_1 + at, y_1 + bt)$ இனால் தரப்படுகின்றனவெனக் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$.

P இலிருந்து l இற்குள்ள செங்குத்துத் தூரம் $\dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ என உய்த்தறிக.

l ஆனது நேர்கோடு $x + y - 2 = 0$ எனக் கொள்வோம். $A \equiv (0, 6)$, $B \equiv (3, -3)$ ஆகிய புள்ளிகள் l இன் இரு பக்கங்களிலும் இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.

l இற்கும் கோடு AB இற்குமிடையே உள்ள கூர்ங்கோணத்தைக் காண்க.

l ஐத் தொடுவனவும் முறையே A, B ஆகிய மையங்களைக் கொண்டனவுமான S_1, S_2 என்னும் வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

l இனதும் கோடு AB இனதும் வெட்டுப் புள்ளி C எனக் கொள்வோம். புள்ளி C இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

S_1, S_2 ஆகியவற்றுக்கு C இனூடாக உள்ள மற்றைய பொதுத் தொடலியின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

உற்பத்தியினூடாகச் செல்வதும் S_1 இன் பரிதியை இருகூறிடுவதும் S_2 இற்கு நிமிர்கோணமானதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு $3x^2 + 3y^2 - 38x - 22y = 0$ எனக் காட்டுக.

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

kalvi.lk

17. (*a*) $\cos(A+B)$, $\cos(A-B)$ ஆகியவற்றை $\cos A$, $\cos B$, $\sin A$, $\sin B$ ஆகியவற்றில் எழுதுக.

இதிலிருந்து, $\cos C + \cos D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

$\cos C - \cos D = -2\sin\left(\frac{C+D}{2}\right)\sin\left(\frac{C-D}{2}\right)$ என **உய்த்தறிக.**

சமன்பாடு $\cos 9x + \cos 7x + \cot x\,(\cos 9x - \cos 7x) = 0$ ஐத் தீர்க்க.

(*b*) வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஒரு முக்கோணி ABC இற்குக் **கோசைன் நெறியைக்** கூறி நிறுவுக.

$n \in \mathbb{Z}$ இற்கு $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ எனக் கொள்வோம். $\sin 2x = \frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$ எனக் காட்டுக.

ஒரு முக்கோணி ABC இல் $AB = 20$ cm, $BC = 10$ cm, $\sin 2B = \frac{24}{25}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

அத்தகைய இரு வேறுவேறான முக்கோணிகள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டி, ஒவ்வொன்றுக்கும் AC இன் நீளத்தைக் காண்க.

(*c*) சமன்பாடு $\sin^{-1}\left[(1+e^{-2x})^{-\frac{1}{2}}\right] + \tan^{-1}(e^x) = \tan^{-1}(2)$ ஐத் தீர்க்க.

***

Education கல்வி அධ්‍යාපන

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

10 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය	-	මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	-	10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	-	10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் 1 - 10), பகுதி **B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
* பகுதி **A :**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* பகுதி **B :**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி **A** இன் விடைத்தாளானது பகுதி **B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் பகுதி **B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.
* இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

Education
கல்வி
අධ්‍යාපන
kalvi.lk

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

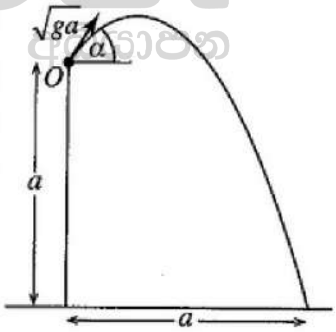
பகுதி A

1. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உம் திணிவு $2m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை Q உம் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது ஒரே நேர்கோட்டின் வழியே ஒன்றையொன்று நோக்கி முறையே $4u$, u என்னும் கதிகளுடன் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. P இற்கும் Q இற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $\frac{4}{5}$ ஆகும். மோதுகைக்குப் பின்னர் P உம் Q உம் ஒன்றிலிருந்தொன்று எதிர்த் திசைகளில் இயங்குகின்றனவெனக் காட்டுக.

மோதுகைக்குப் பின்னர் P உம் Q உம் ஒன்றுக்கொன்று இடைத்தூரம் a இல் இருப்பதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

Education கல்வி

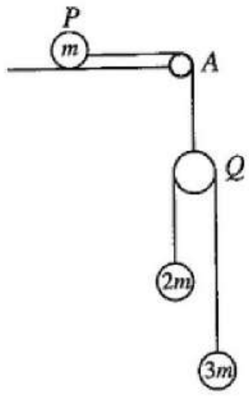
2. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஒரு கிடைத் தரைக்கு மேலே நிலைக்குத்துத் தூரம் a இல் உள்ள ஒரு புள்ளி O இலிருந்து ஒரு துணிக்கை கிடையுடன் கோணம் $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ இல் தொடக்க வேகம் $\sqrt{ga}$ உடன் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை புள்ளி O இலிருந்து கிடைத் தூரம் a இல் தரையில் அடிக்கின்றது. $\tan\alpha = 1+\sqrt{2}$ எனக் காட்டுக.



kalvi.lk

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

3. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டு, மேசையின் ஓரத்தின் புள்ளி A இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒரு நிலைத்த சிறிய ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் ஓர் இலேசான ஒப்பமான கப்பி Q உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கப்பி Q இற்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் $2m$, $3m$ என்னும் திணிவுகளை உடைய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கைகளும் இழைகளும் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்கின்றன. இழைகள் இறுக்கமாக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. Q இன் ஆர்முடுகலைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Education கல்வி

4. M kg திணிவுள்ள ஒரு கார் கிடையுடன் சாய்வு $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$ ஐக் கொண்ட ஒரு நேர் வீதி வழியே ஒரு மாறா ஆர்முடுகலுடன் மேல்நோக்கி இயங்குகின்றது. அதன் இயக்கத்திற்கு ஒரு மாறாத் தடை R N உள்ளது. அது தன் கதியை 36 km h^{-1} இலிருந்து 72 km h^{-1} இற்கு அதிகரிக்கச் செய்வதற்குக் கார் சென்ற தூரம் 500 m ஆகும். அதன் கதி 54 km h^{-1} ஆக இருக்கும்போது கார் உஞற்றிய வலுவைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

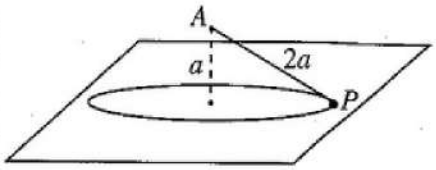
....

....

....

kalvi.lk

5. நீளம் $2a$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசைக்கு நிலைக்குத்தாக மேலே தூரம் a இல் உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளி A உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்றைய நுனியுடன் இணைக்கப்பட்ட திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது இழை இறுக்கமாக இருக்க மேசை மீது ஒரு கிடை வட்டத்தில் சீரான கதி $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ உடன் இயங்குகின்றது (உருவைப் பார்க்க). மேசையின் மூலம் துணிக்கை P மீது பிரயோகிக்கப்படும் செவ்வன் மறுதாக்கத்தின் பருமன் $\frac{5}{6}mg$ எனக் காட்டுக.



Education கல்வி

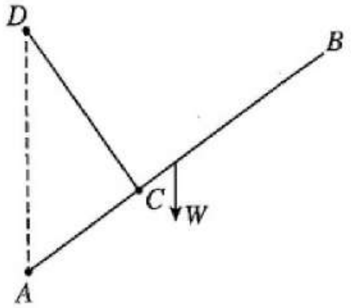
6. வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O பற்றி A, B என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $2\mathbf{i}-3\mathbf{j}$, $\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ ஆகும். $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}$ ஐப் பயன்படுத்தி $O\hat{A}B$ ஐக் காண்க.

C ஆனது OA மீது $O\hat{C}B=\frac{\pi}{2}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளி எனக் கொள்க. $\overrightarrow{OC}$ ஐக் காண்க.

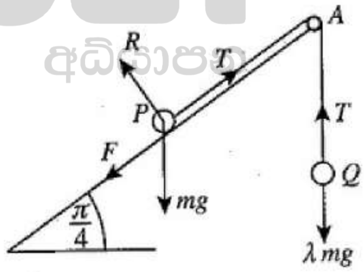
kalvi.lk

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. நீளம் $8a$ ஐயும் நிறை W ஐயும் உடைய ஒரு சீரான கோல் AB இன் முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளியுடன் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. நீளம் $4a$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி கோல் மீது $AC = 3a$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளி C உடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை மற்றைய நுனி A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே $AD = 5a$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளி D உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோல் நாப்பத்தில் இருக்கின்றது. இழையின் இழுவை $\frac{16}{15}W$ எனக் காட்டுக. A இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடைக் கூறையும் காண்க.



8. கிடையுடன் கோணம் $\frac{\pi}{4}$ இற் சாய்ந்த ஒரு கரடான தளத்தின் மீது திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P வைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு சாய்தளத்தின் ஓரத்திலே A இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான சிறிய கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி துணிக்கை P உடனும் மற்றைய நுனி திணிவு λmg ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை Q உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை P இற்கும் சாய்தளத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். கோடு PA ஆனது சாய்தளத்தின் ஓர் அதியுயர் சரிவுக்கோடாக இருக்கும் அதே வேளை இழை இறுக்கமாக இருக்க P, Q ஆகிய இரு துணிக்கைகளும் நாப்பத்தில் இருக்கின்றன.



$\frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \lambda \leq \frac{3}{2\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக. (உரிய விசைகள் உருவிற் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.)

Education கல்வி
kalvi.lk

9. A, B ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி Ω இன் இரு சாரா நிகழ்வுகளெனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில், $P(A)=\frac{1}{5}$ எனவும் $P(B)=\frac{3}{4}$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $P(A\cup B)$, $P(A|A\cup B)$, $P(B|A')$ ஆகியவற்றைக் காண்க; இங்கு A' ஆனது A இன் நிரப்பு நிகழ்வைக் குறிக்கின்றது.

10. நேர் நிறைவெண்களின் ஐந்து நோக்கல்களின் ஒரு தொடையின் இடை 6 உம் வீச்சு 10 உம் ஆகும். அதற்கு இரு ஆகாரங்கள் உள்ளன. இடையம் ஆகாரங்களிலிருந்து வேறுபடுமெனின், ஐந்து நோக்கல்களையும் காண்க.

Education கல்வி அධ්‍යාපන
kalvi.lk

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தரப்) பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

பகுதி B

※ ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

(இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிப்பிடுகின்றது.)

11. (*a*) ஒரு புள்ளி O இலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி வேகம் $u\text{ m s}^{-1}$ உடன் எறியப்படும் ஒரு துணிக்கை P ஆனது 4 செக்கன்களுக்குப் பின்னர் ஒரு புள்ளி A ஐ அடையும் அதே வேளை மேலும் 2 செக்கன்களுக்குப் பின்னர் மறுபடியும் A இற்கு வருகின்றது. துணிக்கை P இரண்டாம் தடவை A இல் இருக்கும் கணத்தில் வேறொரு துணிக்கை Q ஆனது O இலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி அதே வேகம் $u\text{ m s}^{-1}$ உடன் எறியப்படுகின்றது. P, Q ஆகியவற்றின் இயக்கங்களுக்கான வேக-நேர வரைபை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.
இதிலிருந்து, g இல் u இன் பெறுமானத்தையும் OA இன் உயரத்தையும் P உடன் மோதுவதற்கு Q எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

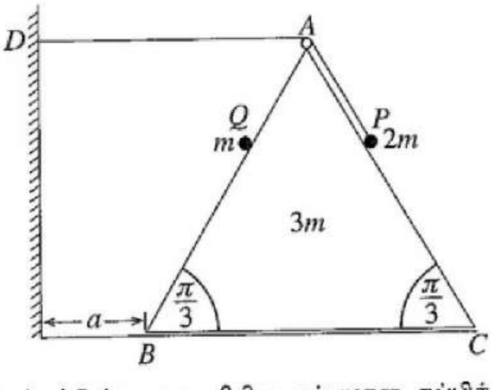
(*b*) ஒரு கப்பல் S நிலம் தொடர்பாகச் சீரான கதி $u\text{ km h}^{-1}$ உடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கின்றது. ஒரு குறித்த கணத்தில் S இலிருந்து கிழக்கே d km தூரத்தில் ஒரு படகு P உம் S இலிருந்து தெற்கே $\sqrt{3}\,d$ km தூரத்தில் வேறொரு படகு Q உம் இருக்கின்றன. படகு P நிலம் தொடர்பாகச் சீரான கதி $2u\text{ km h}^{-1}$ உடன் ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையில் S ஐ இடைமறிப்பதற்குச் செல்லும் அதே வேளை படகு Q நிலம் தொடர்பாகச் சீரான கதி $3u\text{ km h}^{-1}$ உடன் ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையில் P ஐ இடைமறிப்பதற்குச் செல்கின்றது.

(i) படகு P ஆனது கப்பல் S ஐ இடைமறிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\dfrac{d}{\sqrt{3}u}$ h எனவும்

(ii) படகு Q ஆனது படகு P ஐ இடைமறிப்பதற்கு முன்பாகப் படகு P கப்பல் S ஐ இடைமறிக்கும் எனவும்

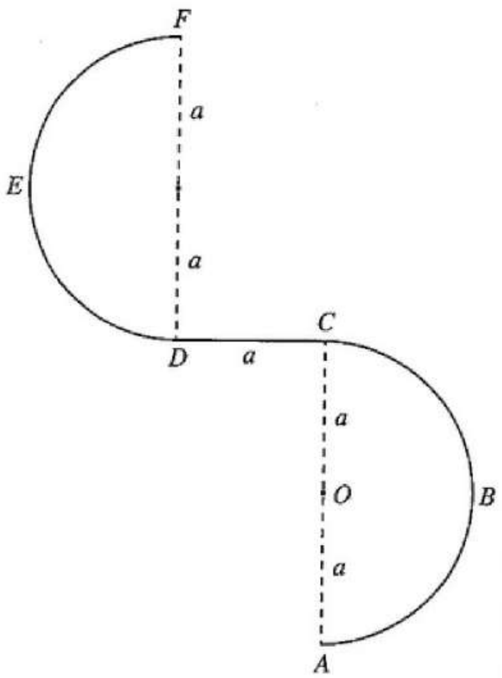
காட்டுக.

12. (*a*) உருவில் சமபக்க முக்கோணி ABC ஆனது $AB = BC = AC = 6a$ ஆகவும் BC ஐக் கொண்டுள்ள முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீதும் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்ட திணிவு $3m$ ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடான நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டாகும். AB, AC ஆகிய கோடுகள் அவற்றைக் கொண்டுள்ள முகங்களின் அதியுயர் சரிவுக் கோடுகளாகும். புள்ளி D ஆனது AD கிடையாக இருக்குமாறு ABC இன் தளத்தில் ஆப்பின் புள்ளி B இலிருந்து தூரம் a இல் உள்ள நிலைக்குத்துச் சுவர் மீதான ஒரு நிலைத்த புள்ளியாகும். A இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் நீளம் $5a$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி AC மீது வைக்கப்பட்டுள்ள திணிவு $2m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை மற்றைய நுனி சுவர் மீது உள்ள நிலைத்த புள்ளி D உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை Q ஆனது AB மீது தாங்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு $AP = AQ = a$ ஆக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.



ஆப்பு சுவரில் அடிக்கும் கணத்தில் ஆப்புத் தொடர்பாக Q இன் வேகத்தைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

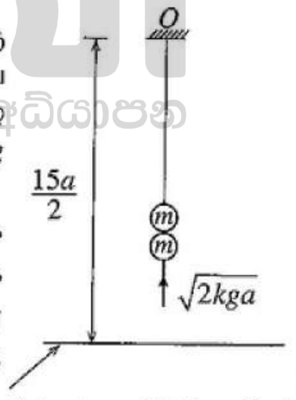
(*b*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஒரு மெல்லிய கம்பி $ABCDEF$ ஆனது நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. பகுதி ABC ஆனது மையம் O ஐயும் ஆரை a ஐயும் கொண்ட ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான அரைவட்டக் கம்பியாகும். பகுதி CD ஆனது நீளம் a ஐ உடைய ஒரு மெல்லிய கரடான கிடைக் கம்பியாகும். பகுதி DEF உம் ஆரை a ஐ உடைய ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான அரைவட்டக் கம்பியாகும். AC, DF ஆகிய விட்டங்கள் நிலைக்குத்தானவை. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான மணி P ஆனது A இல் வைக்கப்பட்டுக் கிடையாக ஒரு வேகம் $u\left(>3\sqrt{ag}\right)$ கொடுக்கப்படும் அதே வேளை அது கம்பி வழியே இயங்கத் தொடங்குகின்றது. மணியின் C இலிருந்து D வரையுள்ள இயக்கத்தில் மணி மீது கம்பியின் மூலம் பிரயோகிக்கப்படும் உராய்வு விசையின் பருமன் $\frac{1}{2}mg$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. மணி P இன் A இலிருந்து C வரையுள்ள இயக்கத்தில் $\overrightarrow{OP}$ ஆனது $\overrightarrow{OA}$ உடன் கோணம் $\theta\ (0 \le \theta \le \pi)$ ஐ ஆக்கும்போது அதன் கதி v ஆனது $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos\theta)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.



F இல் கம்பியைப் பிரிந்து செல்வதற்குச் சற்று முன்னர் மணி P இன் கதி w ஆனது $w^2 = u^2 - 9ag$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டி, அக்கணத்தில் கம்பியின் மூலம் மணி P மீது பிரயோகிக்கப்படும் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

13. இயற்கை நீளம் $4a$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி O உடனும் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை O இற்குக் கீழே தூரம் $5a$ இல் நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது. இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $4mg$ எனக் காட்டுக.

இப்போது திணிவு m ஐ உடைய வேறொரு துணிக்கை Q நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி இயங்கி P உடன் மோதி ஒன்றிணைந்து ஒரு சேர்த்தித் துணிக்கை R ஐ ஆக்குகின்றது. துணிக்கை P உடன் மோதுவதற்குச் சற்று முன்னர் துணிக்கை Q இன் கதி $\sqrt{2kga}$ ஆகும். R இயங்கத் தொடங்கும் வேகத்தைக் காண்க.



இழை தளர்வுறாமல் இருந்து பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் சேர்த்தித் துணிக்கை R இற்கு O இலிருந்து உள்ள தூரம் x ஆனது சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - 6a) = 0$ ஐத் திருப்தியாக்குகின்றதெனக் காட்டுக. $X = x - 6a$ என எழுதி, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ எனக் காட்டுக; இங்கு $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$.

மேற்குறித்த எளிய இசை இயக்கத்தின் மையத்தையும் சூத்திரம் $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ ஐப் பயன்படுத்தி வீச்சம் c ஐயும் காண்க.

$k > 3$ எனின், இழை தளர்வுறுமெனக் காட்டுக.

இப்போது, $k = 8$ எனக் கொள்வோம். P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் ஒன்றிணையும் கணத்திலிருந்து புள்ளி O இற்குக் கீழே தூரம் $\frac{15}{2}a$ இல் ஒரு மீள்தன்மையின்றிய கிடை நிலத்தில் அடிப்பதற்குச் சேர்த்தித் துணிக்கை R எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

மேலும், சேர்த்தித் துணிக்கை R நிலத்தில் அடித்த பின்னர் அடையும் உயர்ந்தபட்ச உயரத்தையும் காண்க.

kalvi.lk

பக். 9 ஐப் பார்க்க

14. (*a*) **a, b** ஆகியன பூச்சியமல்லாதனவும் சமாந்தரமல்லாதனவுமான காவிகள் எனவும் $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ எனவும் கொள்வோம்.

$\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} = \mathbf{0}$ எனின், $\lambda = 0$ எனவும் $\mu = 0$ எனவும் காட்டுக.

ABC ஒரு முக்கோணியெனக் கொள்வோம். AB இன் நடுப் புள்ளி D உம் CD இன் நடுப் புள்ளி E உம் ஆகும். BC, (நீட்டப்பட்ட) AE ஆகிய கோடுகள் F இற் சந்திக்கின்றன. $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ எனவும் $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$ எனவும் கொள்வோம். முக்கோணிக் கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தி $\overrightarrow{AE} = \dfrac{\mathbf{a}+2\mathbf{b}}{4}$ எனக் காட்டுக.

$\overrightarrow{AF} = \alpha\overrightarrow{AE}$ ஆகவும் $\overrightarrow{CF} = \beta\overrightarrow{CB}$ ஆகவும் இருப்பது ஏனென விளக்குக; இங்கு $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

முக்கோணி ACF ஐக் கருதுவதன் மூலம் $(\alpha - 4\beta)\mathbf{a} + 2(\alpha + 2\beta - 2)\mathbf{b} = \mathbf{0}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, α, β ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

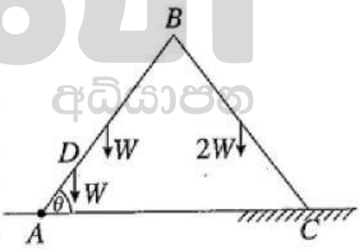
(*b*) ABC ஆனது ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $2a$ ஆகவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணி எனவும் D, E, F ஆகியன முறையே AB, BC, AC ஆகியவற்றின் நடுப் புள்ளிகள் எனவும் கொள்வோம். $2P, \sqrt{3}P, 2\sqrt{3}P, \alpha P$ என்னும் பருமன்களை உடைய விசைகள் முறையே $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BC}$ வழியே தாக்குகின்றன. இவ்விசைத் தொகுதியின் விளையுள் $\overrightarrow{AC}$ இற்குச் சமாந்தரமாகத் தாக்குகின்றதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. α இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

விசைத் தொகுதி A இனூடாகத் தாக்கும் பருமன் R ஐ உடைய ஒரு தனி விசையுடன் பருமன் G ஐ உடைய ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளது. R, G ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இவ்விசைத் தொகுதியின் விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் எழுதி, AB ஐ விளையுளின் தாக்கக் கோடு சந்திக்கும் புள்ளிக்கு A இலிருந்து உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

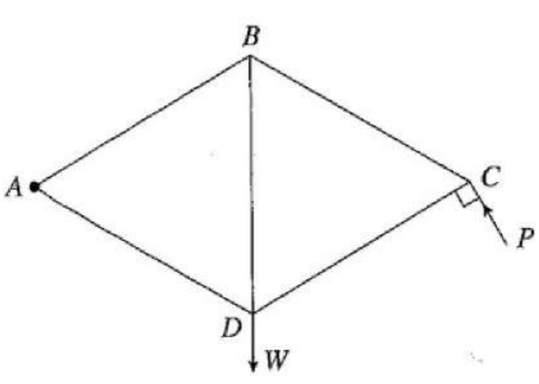
இப்போது பருமன் H ஐ உடைய ஓர் இணை தொகுதியுடன் சேர்க்கப்படுகின்றது. இப்புதிய தொகுதியின் விளையுள் புள்ளி B இனூடாகத் தாக்குகின்றது. H இன் பெறுமானத்தையும் இவ்விணையின் போக்கையும் காண்க.

15. (*a*) ஒவ்வொன்றும் நீளம் $2a$ ஐ உடைய AB, BC என்னும் இரு சீரான கோல்கள் முனை B இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. AB, BC ஆகிய கோல்களின் நிறைகள் முறையே W, $2W$ ஆகும். முனை A ஒரு கிடை நிலத்தின் மீதுள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோல் AB மீது, $AD = \dfrac{a}{2}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக, உள்ள புள்ளி D இல் நிறை W ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு தொகுதி ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே, $B\hat{A}C = \theta$ ஆகவும் கோல் BC இன் முனைப் புள்ளி C மேற்குறித்த கிடை நிலத்தின் ஒரு கரடான பகுதி மீதும் இருக்குமாறு, நாப்பத்தில் உள்ளது. கோல் BC இற்கும் நிலத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும். $\cot\theta \leq \dfrac{15}{7}\mu$ எனக் காட்டுக.



CB இன் மூலம் AB மீது மூட்டு B இல் உஞற்றப்படும் மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

(*b*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படல், அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட சம நீளமுள்ள AB, BC, CD, DA, DB என்னும் ஐந்து இலேசான கோல்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒரு சுமை W ஆனது மூட்டு D இல் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை சட்டப்படல் A இல் ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு, ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில், BD நிலைக்குத்தாக இருக்க அதற்கு மூட்டு C இல் கோல் CD இற்குச் செங்குத்தாக உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள திசையில் பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு விசை P இன் மூலம், நாப்பத்தில் வைக்கப்படுகின்றது.



(i) P இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி, C, B, D ஆகிய மூட்டுகளுக்கு ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைக. இதிலிருந்து, கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளை அவை இழுவைகளா, உதைப்புகளா எனக் குறிப்பிட்டுக், காண்க.

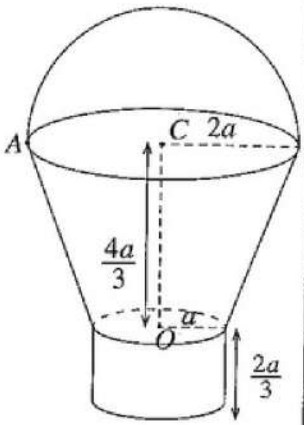
kalvi.lk

16. (i) ஆரை a ஐ உடைய ஓர் அரைவட்ட வில்லின் வடிவமுள்ள ஒரு மெல்லிய சீரான கம்பியின் திணிவு மையம் அதன் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{2a}{\pi}$ இலும்

(ii) உயரம் h ஐ உடைய ஒரு சீரான பொட் செவ்வட்டக் கூம்பின் திணிவு மையம் அதன் அடியின் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{1}{3}h$ இலும்

உள்ளனவெனக் காட்டுக.

உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு மேல் வட்ட விளிம்பினதும் கீழ் வட்ட விளிம்பினதும் ஆரைகள் முறையே $2a$, a ஆகவும் உயரம் $\frac{4a}{3}$ ஆகவும் உள்ள ஒரு பொட் செவ்வட்டக கூம்பின் அடித்துண்டின் வடிவமுள்ள ஒரு சீரான மெல்லிய ஓட்டுடன் பின்வரும் பகுதிகளை ஒவ்வொன்றும் ஓட்டினைச் சந்திக்கும் இடங்களில் விறைப்பாகப் பொருத்துவதன் மூலம் ஒரு வாளி செய்யப்பட்டுள்ளது.



- ஆரை a ஐயும் மையம் O ஐயும் கொண்ட ஒரு சீரான மெல்லிய வட்டத் தகடு
- ஆரை a ஐயும் உயரம் $\frac{2a}{3}$ ஐயும் கொண்ட பொட் செவ்வட்ட உருளையின் வடிவமுள்ள ஒரு சீரான மெல்லிய ஓடு
- ஆரை $2a$ ஐயும் மையம் C ஐயும் கொண்ட ஓர் அரைவட்டத்தின் வடிவமுள்ள ஒரு சீரான மெல்லிய கம்பி

அடித்துண்டு, தகடு, உருளை ஆகியவற்றின் அலகுப் பரப்பளவிற்கான திணிவு σ உம் கம்பியின் அலகு நீளத்திற்கான திணிவு $11a\sigma$ உம் ஆகும்.

வாளியின் திணிவு மையத்திற்கு O இலிருந்து உள்ள தூரம் $(10\pi + 27)\frac{a}{9\pi}$ எனக் காட்டுக.

கம்பி அடித்துண்டின் மேல் விளிம்பைச் சந்திக்கும் புள்ளி A இலிருந்து வாளி ஒரு நிலைக்குத்து இழையினால் சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்படும்போது நாப்பத் தானத்தில் OC கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

17. (a) A, B என்னும் இரு சர்வசமப் பெட்டிகள் ஒவ்வொன்றிலும் அவற்றின் நிறங்களைத் தவிர எல்லா அம்சங்களிலும் சர்வசமமான 10 பந்துகள் உள்ளன. பெட்டி A இல் 6 வெள்ளைப் பந்துகளும் 4 சிவப்புப் பந்துகளும் பெட்டி B இல் 8 வெள்ளைப் பந்துகளும் 2 சிவப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. ஒரு பெட்டியை எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்து, அப்பெட்டியிலிருந்து ஒன்றின்பின் மற்றதாகப் பிரதிவைப்பு இல்லாமல் எழுமாற்றாக 3 பந்துகள் வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன.

(i) இரு சிவப்புப் பந்துகளும் ஒரு வெள்ளைப் பந்தும் வெளியே எடுக்கப்படுவதற்கான,

(ii) இரு சிவப்புப் பந்துகளும் ஒரு வெள்ளைப் பந்தும் வெளியே எடுக்கப்படுகின்றனவெனத் தரப்படும்போது பெட்டி A தெரிந்தெடுக்கப்பட்டமைக்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) தரவுத் தொடை $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ இன் இடையும் நியம விலகலும் முறையே $\overline{x}$, σ_x எனவும் $i = 1, 2, \ldots, n$ இற்கு $y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு α , $\beta\ (>0)$ ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகளாகும். $\overline{y} = \frac{\overline{x} - \alpha}{\beta}$ எனவும் $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$ எனவும் காட்டுக; இங்கு $\overline{y}$, σ_y ஆகியன முறையே தரவுத் தொடை $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ இன் இடையும் நியம விலகலும் ஆகும்.

ஒரு கம்பனியின் 100 சேவையாளர்களின் ஒரு காப்புறுதித் திட்டத்திற்கான மாதத் தவணைக் கட்டணங்கள் பின்வரும் மீடிறன் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

மாதத் தவணைக் கட்டணம் (ரூபாய்) x	சேவையாளர்களின் எண்ணிக்கை
1500 – 3500	30
3500 – 5500	40
5500 – 7500	20
7500 – 9500	10

உருமாற்றம் $y = \frac{x - 500}{1000}$ ஐப் பயன்படுத்தி y இன் இடையையும் நியம விலகலையும் $\frac{3(\text{இடை} - \text{இடையம்})}{\text{நியம விலகல்}}$ இனால் வரையறுக்கப்படும் y இன் ஓராயக் குணகத்தையும் மதிப்பிடுக.

இதிலிருந்து, x இன் இடை, நியம விலகல், ஓராயக் குணகம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

kalvi.lk